

**التمرين 1:**

نعبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة ب:  $U_n = \frac{1+6n}{3}$

(1) بين ان المتتالية  $(U_n)$  حسابية

(2) احسب  $U_4$  و  $U_{11}$

(3) احسب المجموع:  $S_1 = U_0 + U_1 + \dots + U_{11}$

(4) احسب المجموع:  $S_2 = U_4 + U_5 + \dots + U_{11}$

**التمرين 2:**

لنكن المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة ب:  $U_n = \frac{3^{n+5}}{5^n}$

(1) بين ان المتتالية  $(U_n)$  هندسية محددنا اساسها

(2) ادرس تغيرات المتتالية  $(U_n)$

(3) احسب المجموع:  $S = U_0 + U_1 + \dots + U_7$

**التمرين 3:**

لنكن المتتالية  $(U_n)$  بحيث:  $U_0 = \frac{1}{2}$  و  $U_{n+1} = \frac{U_n}{1+2U_n}$

والمتتالية  $(V_n)$  المعرفة بمايلي:  $V_n = \frac{1}{U_n} + 1$

(1) اثبت ان المتتالية  $(V_n)$  حسابية

(2) احسب  $V_n$  ثم  $U_n$  بدلالة  $n$

**التمرين 4:**

نعبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة ب:  $n \in N$

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{2U_n + 3}{U_n + 4} \end{cases}$$

والمتتالية  $(V_n)$  بحيث:  $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}$

(1) بين ان المتتالية  $(V_n)$  هندسية محددنا اساسها وحدها الاول

(2) احسب  $V_n$  ثم  $U_n$  بدلالة  $n$

**التمرين 5:**

نعبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة ب:  $n \geq 0$

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{2 - U_n} \end{cases}$$

(1) بين ان:  $0 < U_n < 1$  لكل  $n$  من  $N$

(أ) ادرس رتبة المتتالية  $(U_n)$

(ب) استنتج ان المتتالية  $(U_n)$  متقاربة

(3) لكل  $n$  من  $N$  نضع:  $V_n = \frac{U_n}{-1+U_n}$

(أ) بين ان المتتالية  $(V_n)$  هندسية محددنا اساسها

(ب) احسب  $V_n$  بدلالة  $n$

(ج) حدد نهاية المتتالية  $(U_n)$

**التمرين 6:**

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{3-2U_n} \end{cases}$$

لنكن  $(U_n)$  المتتالية المعرفة ب:

(1) بين انه:  $\forall n \in N; U_n \leq 0$

(ب) بين ان المتتالية  $(U_n)$  متقاربة

(2) نعتبر المتتالية  $(V_n)$  بحيث:  $V_n = \frac{U_n}{-1+U_n}$

(أ) بين ان المتتالية  $(V_n)$  هندسية محددنا اساسها

(ب) احسب  $V_n$  ثم  $U_n$  بدلالة  $n$  ونهاية  $(U_n)$

**التمرين 7:**

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n^2}{2+U_n} \end{cases}$$

لنكن المتتالية  $(U_n)_{n \geq 0}$  بحيث:

(1) بين ان:  $(\forall n \in N); 0 \leq U_n \leq 1$

(2) بين ان المتتالية  $(U_n)$  تناقصية ومتقاربة

(3) (أ) بين ان:  $(\forall n \in N) U_{n+1} \leq \frac{1}{2} U_n$

(ب) استنتج ان:  $(\forall n \in N); 0 \leq U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$

(ج) احسب نهاية المتتالية  $(U_n)$

**التمرين 8:**

لنكن المتتالية  $(U_n)$  بحيث:

$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{4} \\ U_{n+1} = \frac{1}{2} U_n^2 + \frac{1}{2} U_n; n \geq 0 \end{cases}$$

$$U_{n+1} = \frac{1}{U_n}(U_n^2 - 3U_n + 9) \quad \text{و} \quad U_0 = \frac{10}{3}$$

لكل  $n$  من  $N$

(1) بين ان :  $U_n > 3$  لكل  $n$  من  $N$

(2) بين ان المتتالية  $(U_n)$  متقاربة

(3) استنتج ان :  $0 < U_n < \frac{10}{3}$  لكل  $n$  من  $N$

(4) أ بين ان :  $U_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{3}(U_n - 3)$  لكل  $n$  من  $N$

(ب) استنتج ان :  $0 < U_n < \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$  لكل  $n$  من  $N$

(ج) استنتج نهاية المتتالية  $(U_n)$

### التمرين 13:

نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة بمايلي:

$$U_{n+1} = (1 + \sqrt{2})U_n; U_1 = 4; U_0 = 2$$

( $n \in N$ )

(1) نضع :  $V_n = U_{n+1} - U_n$

(أ) بين ان المتتالية  $(V_n)$  هندسية

(ب) اكتب  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم حدد نهاية المتتالية  $(U_n)$

### التمرين 14:

نعتبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة لكل  $n \geq 1$  بمايلي:

$$U_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$$

(1) برهن انه لكل  $n \geq 1$  فان :  $\frac{n}{\sqrt{n^2+n}} \leq U_n \leq \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$

(2) حدد نهاية المتتالية  $(U_n)$

### التمرين 15:

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $I = [0;1]$  و  $f(x) = \frac{x-8}{2x-9}$

(1) أ بين ان الدالة  $f$  تزايدية قطعاً على المجال  $I$

(ب) بين ان :  $f(I) \subset I$

(2) لتكن المتتالية  $(U_n)$  بحيث :  $U_0 = 0$  و  $U_{n+1} = \frac{U_n - 8}{2U_n - 9}$

(أ) بين انه لكل  $n$  من  $N$  لدينا :  $0 \leq U_n \leq 1$

(ب) بين ان  $(U_n)$  تزايدية واستنتج انها متقاربة

(ج) حدد نهاية المتتالية  $(U_n)$

(بين ان :  $0 < U_n < \frac{3}{4}$  لكل  $n$  من  $N$ )

(2) بين ان المتتالية  $(U_n)$  متقاربة

(3) أ بين ان :  $U_{n+1} \leq \frac{7}{8}U_n$  لكل  $n$  من  $N$

(ب) استنتج ان :  $U_n \leq \left(\frac{7}{8}\right)^n \times \frac{3}{4}$  لكل  $n$  من  $N$

(ج) احسب نهاية المتتالية  $(U_n)$

### التمرين 9:

نعتبر المتتالية  $(U_n)$  بحيث:

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n^2 - 4U_n + 3}{2} \end{cases}$$

(1) ادرس رتبة المتتالية  $(U_n)$

(2) بين ان المتتالية  $(U_n)$  محصورة بين  $\frac{1}{3}$  و 1

(3) استنتج ان المتتالية  $(U_n)$  متقاربة

### التمرين 10:

نعتبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة بمايلي:

$$2U_{n+1} = U_n + U_{n-1}; U_1 = 2; U_0 = 1$$

لكل  $n$  من 1

(1) احسب  $U_2$  و  $U_3$

(2) نضع :  $V_n = U_{n+1} - U_n$

(أ) احسب  $V_0$  و  $V_1$  و  $V_3$

(ب) اكتب  $V_n$  بدلالة  $U_n$  و  $U_{n-1}$

(ج) استنتج ان المتتالية  $(V_n)$  هندسية

(3) أ بين ان :  $V_0 + V_1 + \dots + V_{n+1} = U_n - U_0$

(ب) احسب  $U_n$  بدلالة  $n$

(ج) احسب نهاية المتتالية  $(U_n)$

### التمرين 11:

لتكن المتتالية  $(U_n)$  بحيث :  $U_{n+1} = 2\sqrt{U_n} - U_n$  و

$$U_n = \frac{1}{2}$$

(1) بين ان :  $0 \leq U_n \leq 1$  لكل  $n$  من  $N$

(2) بين ان المتتالية  $(U_n)$  تزايدية وانها متقاربة 3

(3) استنتج نهاية المتتالية  $(U_n)$

### التمرين 12:

نعتبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة بمايلي :