

التمرين 1:

ادرس قابلية الاشتقاق الدوال التالية في الحالات التالية:

$$1) f(x) = 2x^2 + 1 \quad x_0 = 1$$

$$2) f(x) = \sqrt{x} \quad x_0 = 0$$

$$3) f(x) = \frac{x+1}{x-1} \quad x_0 = -1$$

$$4) f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \quad x_0 = 0$$

$$5) f(x) = \sin(x) \quad x_0 = 0$$

$$6) f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x+1} \quad x_0 = 0$$

التمرين 2:

$$f(x) = x - 1 + 2\sqrt{1-x} \quad x \leq 1$$

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 1} \quad x \geq 1$$

ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين وعلى اليسار في النقطة $x_0 = 1$ ثم أعط تأويلا هندسيا للمنهيين المحصل عليهما.

التمرين 3:

$$f(x) = -x + \frac{2}{x} \quad x \in]-\infty; 0[\cup]0; 1[$$

$$f(x) = \frac{1+x}{2\sqrt{x}} \quad x \in]1; +\infty[$$

(1) ادرس اتصال f في $x_0 = 1$

(2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0 = 1$ ثم أعط التأويل الهندسي

(3) ادرس تغيرات الدالة f

(4) أ- حدد الفروع اللانهائية (C_f)

ب- حدد تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الافاصيل

ج- أنشئ (C_f)

(5) لتكن g قصور الدالة f على المجال: $I =]-\infty; 0[$

أ- بين ان g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده

ب- أعط جدول تغيرات f^{-1}

ج- احسب $g^{-1(2)}$ ثم احسب $g^{-1}(x)$

(6) انشئ (C_g^{-1})

التمرين 4:

f معرفة على $]-2; +\infty[$ كمايلي:

$$f(x) = 2\sqrt{(x+2)(x-3)}$$

ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0 = 3$ على اليمين في $x_1 = -2$ (أول النتائج هندسيا).

التمرين 5:

f معرفة على \mathbb{R} على ب:

$$f(x) = \frac{x^2}{2-x} \quad x \in [0; 1]$$

$$f(x) = x - \sqrt{x^2 - x} \quad x \in]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$$

ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في كل من النقطتين $x_0 = 0$ و $x_1 = 1$ ثم أول النتائج هندسيا.

التمرين 6:

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt[3]{1-x}; x < 0 \\ f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{x}}; x \geq 0 \end{cases}$$

ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة $x_0 = 0$ ثم أول النتيجة هندسيا.

التمرين 7:

f معرفة على $]1; +\infty[$ على ب:

$$f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x^2 - x}$$

ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة $x_0 = 1$ و أول النتيجة هندسيا.

التمرين 8:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على:

$$]-\infty; -2[\cup]0; +\infty[$$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^3}{1+\sqrt{x}}}$$

ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة $x_0 = 0$ ثم أول النتيجة هندسيا.

التمرين 9:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 3x} - 2x + 4$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 3x \geq 0\}$$

$$D_f =]-\infty; 0[\cup]3; +\infty[$$

ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في النقطة $x_0 = 0$ و على اليمين في $x_1 = 3$.

التمرين 10:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بمايلي:

$$f(x) = x + \frac{8x}{3x^2 + 1}$$

- (1) احسب نهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$
- (2) ادرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f
- (3) ادرس تغيرات الدالة f
- (4) بين أن (C_f) يقبل ثلاث نقاط انعطاف ثم حددها وحدد معادلة المماس عند هذه النقاط

(5) أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(\bar{o}; \bar{i}; \bar{j})$

(6) حل مبيانيا المتراجحة $\left| x + \frac{8x}{3x^2 + 1} \right| \leq 3$

التمرين 11:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بمايلي:

$$f(x) = |2x| - \sqrt{x^2 - 1}$$

- (1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f
- (2) بين أن f دالة زوجية ثم حدد D_E مجموعة دراسة f
- (3) احسب نهاية f ثم نهاية $f(x) - x$ عند $+\infty$ وأعط تأويلا

هندسيا لهذه النتيجة

(4) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين 1

(5) بين أنه لكل x من $D_E - \{1\}$:

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 4}{(x + 2\sqrt{x^2 - 1})\sqrt{x^2 - 1}}$$

(6) اعط جدول تغيرات الدالة f

(7) أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(\bar{o}; \bar{i}; \bar{j})$

(8) لتكن g قصور الدالة f على المجال

$$I = \left[\frac{2\sqrt{3}}{3}; +\infty \right[$$

أ- بين أن g تقابل من I نحو المجال J يجب تحديده

ب- حدد g^{-1} ثم أنشئ المنحنى $(C_{g^{-1}})$ في نفس المعلم

التمرين 12:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بمايلي:

$$\begin{cases} f(x) = x - 1 + 2\sqrt{1-x} & x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt[3]{x-1} & x > 1 \end{cases}$$

- (1) احسب نهايات f عند $-\infty$ و $+\infty$
- (2) بين أن f متصلة $x_0 = 1$
- (3) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين وعلى اليسار عند $x_0 = 1$ وأعط تأويلا هندسيا للنتائج المحصل عليها
- (4) أعط جدول تغيرات الدالة f
- (5) ادرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f
- (6) حدد تقاطع المنحنى (C_f) ومحور التفاصيل

(7) أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(\bar{o}; \bar{i}; \bar{j})$

التمرين 13:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بمايلي:

$$f(x) = (x^2 - 9)^{\frac{2}{3}}$$

- (1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f
- (2) بين أن f دالة زوجية ثم حدد D_E مجموعة دراسة f
- (3) احسب نهاية f عند $+\infty$ و ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى الدالة f بجوار $+\infty$

(4) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على D_E

(5) ادرس تغيرات الدالة f

(6) أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(\bar{o}; \bar{i}; \bar{j})$

(7) لتكن g قصور الدالة f على المجال: $I = [3; +\infty[$

أ- بين أن g تقابل من I نحو المجال J يجب تحديده

ب- حدد g^{-1} ثم أنشئ المنحنى $(C_{g^{-1}})$ في نفس المعلم

ج- احسب $(g^{-1})'$

التمرين 13:

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بمايلي:

$$f(x) = -x + \sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

- (1) اوجد D مجموعة تعريف الدالة f
- (2) احسب نهايات f عند المحطات D
- (3) أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في النقطة 0
ب- حدد الدالة المشتقة للدالة f وتحقق من
أن $\forall x \in D \{0\}; f'(x) < 0$
- (4) أعط جدول تغيرات الدالة f
- (5) في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(\bar{o}; \bar{i}; \bar{j})$ نعتبر

المنحنى (C) الممثل لدالة (f) والمستقيم (D) ذو المعادلة

$$y = -x + 1$$

أ- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (D)

ب- ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C)

ج- حدد تقاطع (C) ومحور الافاصيل

ح- ارسم المنحنى (C)

التمرين 14:

$$f(x) = 2x - \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x}$$

- (1) حدد D_f وبين أن f فردية
- (2) احسب نهايات f عند محطات D_f
- (3) أ- بين أن المستقيم ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل ل (C_f) نحو $+\infty$

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و $y = 2x - 1$

(4) ادرس تغيرات الدالة f

(5) أ- حدد تقاطع (C_f) مع محور الافاصيل

ب- أعط معادلة المماس ل (C_f) في $A(1; 0)$

ج- أنشئ (C_f)

3) أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في النقطة $\frac{1}{2}$

ب- بين أن إشارة f هي إشارة $x - 1$

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f

د- حدد معادلة المماس في النقطة ذات الافصول 5

4) أنشئ C_f

التمرين 18:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D =]-2; -1] \cup [1; +\infty[$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x + 2}$$

1) احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ثم حدد الفرعين اللانهائيين

C_f ل

2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 1 وعلى اليسار في -1

3) بين

$$\forall x \in D \setminus \{-1; 1\}; f'(x) = \frac{2x + 1}{(x + 2)^2 \sqrt{x^2 - 1}}$$

ثم أعط جدول تغيرات f

4) أنشئ C_f

التمرين 19:

لتكن f الدالة المعرفة ب:

$$x \in [0; 1]$$

$$x \in]-\infty; 0[\cup [1; +\infty[$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{2-x} \\ f(x) = x - \sqrt{x^2 - x} \end{cases}$$

1) حدد D_f

2) ادرس اتصال f في 0 و 1

3) احسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

4) ادرس قابلية اشتقاق f في 0 وأول النتيجة هندسيا

5) ادرس قابلية اشتقاق f في 1 وأول النتيجة هندسيا

6) احسب $f'(x)$ لكل x من $\{0; 1\}$ واعط جدول تغيرات f

7) ادرس الفروع اللانهائية ل C_f

8) أنشئ C_f

التمرين 20:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I = [1; +\infty[$ بمايلي:

$$f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x^2 - x}$$

ولیکن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) أ- بين ان:

$$\forall x \in]1; +\infty[; \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -\frac{1}{x} - \sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

ب- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في $x_0 = 1$ وأول

النتيجة هندسيا

6) لتكن g قصور الدالة f على المجال: $I =]0; +\infty[$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} محددًا مجموعة تعريفها

ب- أنشئ $C_{g^{-1}}$

التمرين 15:

بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} ثم حدد $f^{-1}(x)$ في الحالات

الآتية:

$$I = [-1; +\infty[; f(x) = x^2 + 2x + 3 \quad (1)$$

$$I =]-\infty; 1[; f(x) = \frac{x-2}{x-1} \quad (2)$$

$$I = \mathbb{R}^+; f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2 + 1} \quad (3)$$

$$I =]-\infty; \frac{1}{2}]; f(x) = -x^2 + x - 1 \quad (4)$$

$$I =]1; +\infty[; f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \quad (5)$$

التمرين 15:

$$f(x) = \sqrt{2x + 1} - \frac{x}{\sqrt{2x + 1}}$$

1) أ- حدد D_f

ب- احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x)$

2) احسب: $f'(x)$ لكل x من $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ وأعط جدول

تغيرات f

3) بين أن $A(1; f(1))$ نقطة انعطاف

4) أنشئ C_f

التمرين 16:

$$f(x) = -x + \sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

1) حدد D_f واحسب نهايات f عند محددات D_f

2) أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في النقطة 0 وأعط التاويل الهندسي

ب- حدد f' وتحقق أن: $\forall x \in D_f \setminus \{0\}; f'(x) < 0$

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f

3) ليكن (D) المستقيم الذي معادلته $y = x + 1$

أ- ادرس الوضع النسبي ل (D) و (C_f)

ب- ادرس الفروع اللانهائية

ج- حدد تقاطع (C_f) مع محور الافاصل

د- أنشئ C_f

التمرين 17:

$$f(x) = x - \sqrt{2x - 1}$$

1) حدد D_f واحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) ادرس الفروع اللانهائية ل C_f

(3) أ- بين أن:

$$\forall x \in]1; +\infty[; f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x}}$$

ب- بين أن: $\forall x \in]1; +\infty[; f'(x) < 0$

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f

(4) أ- بين أن f دالة متصلة على المجال $]1; +\infty[$

ب- بين أن (C_f) يقطع محور الافاصيل في نقطة وحيدة

أفصولها α يحقق: $1 < \alpha < \frac{3}{2}$

$$(5) \text{ أ- بين إن } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - x}) = \frac{1}{2}$$

ب- بين أن المستقيم ذو المعادلة $y = -x + \frac{1}{2}$ مقارب مائل

للمنحني (C_f)

(6) أنشئ المنحني (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

(7) أ- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده

ب- أنشئ $(C_{f^{-1}})$ المنحني الممثل لدالة f^{-1} في نفس

المعلم $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

التمرين 21:

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]3; -\infty[$ بمايلي:

$$f(x) = (x-3)^2 - 1$$

(1) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

(2) احسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J

التمرين 22:

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بمايلي:

$$f(x) = x + 1 - \sqrt{x^2 - 2x}$$

وليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد

ممنظم $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ- اوجد D مجموعة تعريف الدالة f

ب- احسب نهايات الدالة f عند محداث D_f

(2) أ- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين 2 وأعط تأويلا هندسيا

ب- احسب $f'(x)$ وادرس إشارتها

(3) أ- بين أن (C_f) يقبل مقاربا مائلا ثم حدد وضع (C_f) بالنسبة

لمقاربه المائل

(4) أنشئ (C_f)

(5) بين أن الدالة g قصور الدالة f على المجال $]2; +\infty[$ تقبل

دالة عكسية g^{-1}

(6) أنشئ في نفس المعلم $(C_{g^{-1}})$ منحني الدالة